



# الرياضيات

جذع مشترك  
علوم وتكنولوجيا

## ● الكتابة العلمية - رتبة مقدار

مثال

رتبة مقداره	شكله العلمي	العدد
$2 \times 10^5$	$2,35 \times 10^5$	235000
$5 \times 10^{-3}$	$4,6 \times 10^{-3}$	0,0046

## الجذر التربيعي لعدد موجب

الجذر التربيعي للعدد الموجب  $a$ ، نرمز له بالرمز  $\sqrt{a}$  هو العدد الذي مربعه يساوي  $a$

$$(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a} \geq 0$$

## خواص الحساب على الجذور

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان :

$$\blacksquare \sqrt{a^2} = a$$

$$\blacksquare \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \blacksquare \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad b \neq 0$$

هام :  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

## الجداءات الشهيرة

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$N \subset Z \subset D \subset Q \subset R$  الأعداد والحساب

## ● ملء عدد حقيقي

مثال 5,3194

المدر	المدر	المدر	المدر
إلى $10^{-3}$	إلى $10^{-2}$	إلى $10^{-1}$	إلى الوحدة
5,319	5,32	5,3	5

## ● الأعداد الأولية

نسمي عددا أوليا كل عدد يقبل قاسمين فقط 1 والعدد نفسه.

## ● القوى الصحيحة

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان غير معدومين  
 $m$  و  $n$  عدنان صحيحان نسبيا.

$$\blacksquare a^1 = a \quad \blacksquare a^0 = 1 \quad \blacksquare a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_n \text{ عاملا}$$

$$\blacksquare a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\blacksquare (a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$\blacksquare (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\blacksquare \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\blacksquare \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\blacksquare a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

## ● الحساب الجبري

النشر  $a, b, c, d, k$  أعداد حقيقية.

$$\blacksquare k(a+b) = ka + kb$$

$$\blacksquare k(a-b) = ka - kb$$

$$\blacksquare (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$



## IR الترتيب والمجالات في

و  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

■ إذا كان  $a \geq b$  فإن  $a - b \geq 0$

■ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a - b \leq 0$

### خواص

■ إذا كان  $a \geq b$  و  $b \geq c$  فإن  $a \geq c$

■ إذا كان  $a \geq b$  و  $c \geq d$  فإن  $a + c \geq b + d$

■ إذا كان  $a \geq b$  فإن  $a + c \geq b + c$

■ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

■ إذا كان  $a \geq b$  و  $c < 0$  فإن  $ac \leq bc$

■ إذا كان  $a \geq b$  و  $c > 0$  فإن  $ac \geq bc$

■ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a^2 \geq b^2$

■ إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a^2 \leq b^2$

■ إذا كان  $a$  و  $b$  عدنان غير معدومين ولهما نفس

$$\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \quad \text{فإن} \quad a \leq b$$

## IR المجالات في

القراءة والتمثيل على المستقيم العددي	رمزها	مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ حيث
المجال مغلق طرفاه $a$ و $b$	$[a; b]$	$a \leq x \leq b$
المجال مفتوح طرفاه $a$ و $b$	$]a; b[$	$a < x < b$
المجال مفتوح على اليسار طرفاه $a$ و $b$	$]a; b]$	$a < x \leq b$
المجال مفتوح على اليمين طرفاه $a$ و $b$	$[a; b[$	$a \leq x < b$
المجال $a$ زائد مالا نهائية مغلق في $a$	$[a; +\infty[$	$x \geq a$
المجال $a$ زائد مالا نهائية مفتوح في $a$	$]a; +\infty[$	$x > a$
المجال ناقص مالا نهائية $b$ مغلق في $b$	$] -\infty; b]$	$x \leq b$
المجال ناقص مالا نهائية $b$ مفتوح في $b$	$] -\infty; b[$	$x < b$

## عمليات على الكسور

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

ملاحظة :

يشترط في كل كسر ان يكون مقامه غير معدوم



## خواص القيمة المطلقة

$a \in \mathbb{R}^+$  و  $x$  عدنان حقيقيان

$$\bullet |x| \geq -x \quad \bullet |x| \geq x \quad \bullet |x| \geq 0$$

$$\bullet \sqrt{x^2} = |x| \quad \bullet |x^2| = |x|^2 \quad \bullet |x| = |-x|$$

$$\bullet x = 0 \text{ يكافئ } |x| = 0$$

$$\bullet x = -a \text{ أو } x = a \text{ يكافئ } |x| = a$$

$$\bullet x = -y \text{ أو } x = y \text{ يكافئ } |x| = |y|$$

$$\bullet \text{ مع } y \neq 0 \quad \bullet \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad \bullet |xy| = |x| \times |y|$$

$$\bullet -a \leq x \leq a \text{ يكافئ } |x| \leq a$$

$$\bullet |x+y| \leq |x| + |y| \text{ (المتباينة المثلثية)}$$

## عناصر المجال

عناصر المجال  $[a, b]$  هي:

$$\bullet \text{ المركز: } c = \frac{a+b}{2}$$

$$\bullet \text{ طوله: } \ell = b - a$$

$$\bullet \text{ نصف قطره: } r = \frac{\ell}{2}$$

$$a \quad \text{---} \quad c \quad \text{---} \quad b$$

## نتائج

$C$  عدد حقيقي و  $r$  عدد حقيقي موجب.

من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ، النصوص التالية متكافئة:

$$\bullet x \in [c-r, c+r] \text{ على شكل مجال}$$

$$\bullet c-r \leq x \leq c+r \text{ على شكل حصر}$$

$$\bullet d(c, x) \leq r \text{ على شكل مسافة}$$

$$\bullet |x-c| \leq r \text{ على شكل قيمة مطلقة}$$

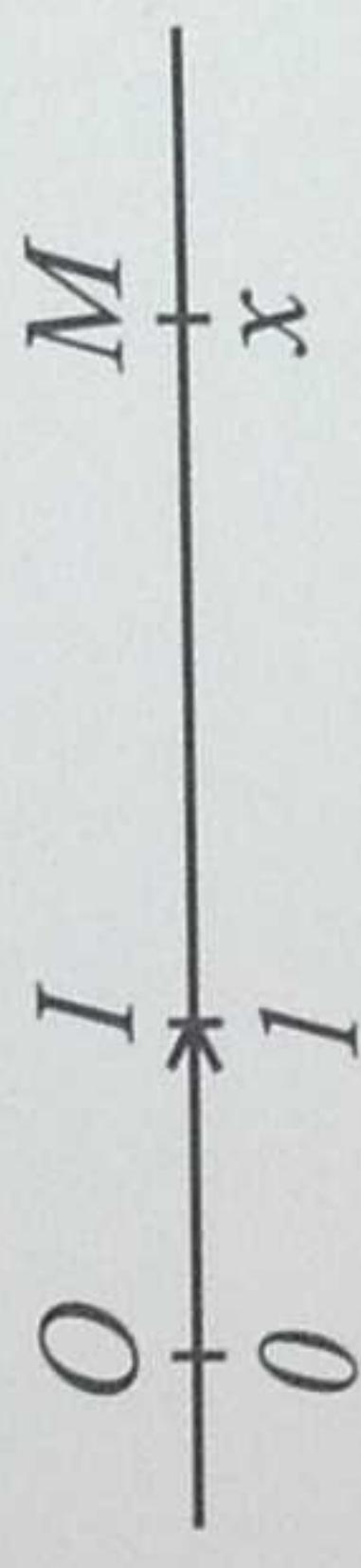
## القيمة المطلقة

$|x|$

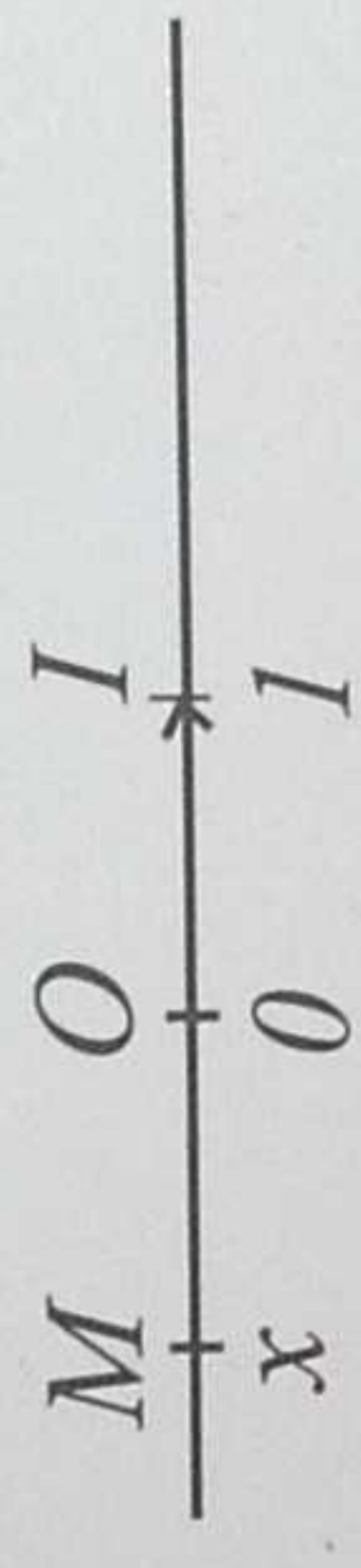
$x$  عدد حقيقي  $M$  نقطة من مستقيم مزود بمعلم  $(O, I)$  فاصلتها  $x$ :

القيمة المطلقة للعدد  $x$  هي المسافة  $OM$  ونرمز لها بالرمز  $|x|$ . ونكتب:  $OM = |x|$

$$|x| = 0 \text{ فإن } x \geq 0$$



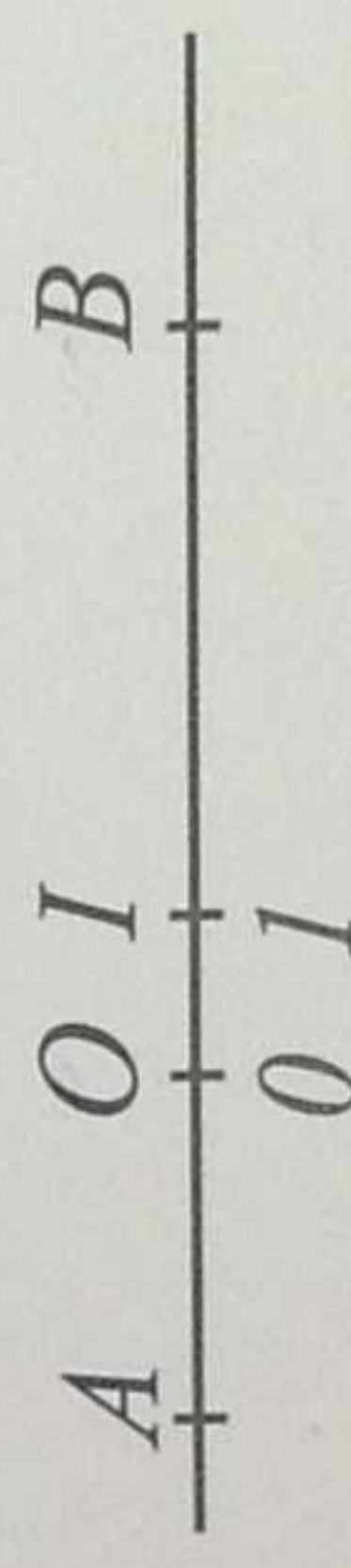
$$|x| = -x \text{ فإن } x \leq 0$$



## المسافة بين نقطتين

إذا كانت  $A$  و  $B$  نقطتان فاصلتهما  $a$  و  $b$  على الترتيب من المعلم  $(O, I)$  فإن:

$$AB = |a - b| = |b - a|$$



## القيمة المطلقة - المسافة

### المجال والحصر

## مبرهنة

$C$  عدد حقيقي و  $r$  عدد حقيقي موجب.

من أجل العدد الحقيقي  $x$ ,

$$x \in [c-r, c+r] \text{ يعني } |x-c| \leq r$$





## عموميات على الدوال

### تغيرات دالة

ليكن  $D$  جزء من  $\mathbb{R}$

■ دالة متزايدة تماما على  $D$  معناه من أجل كل  $x_1$  و  $x_2$  من  $D$ :

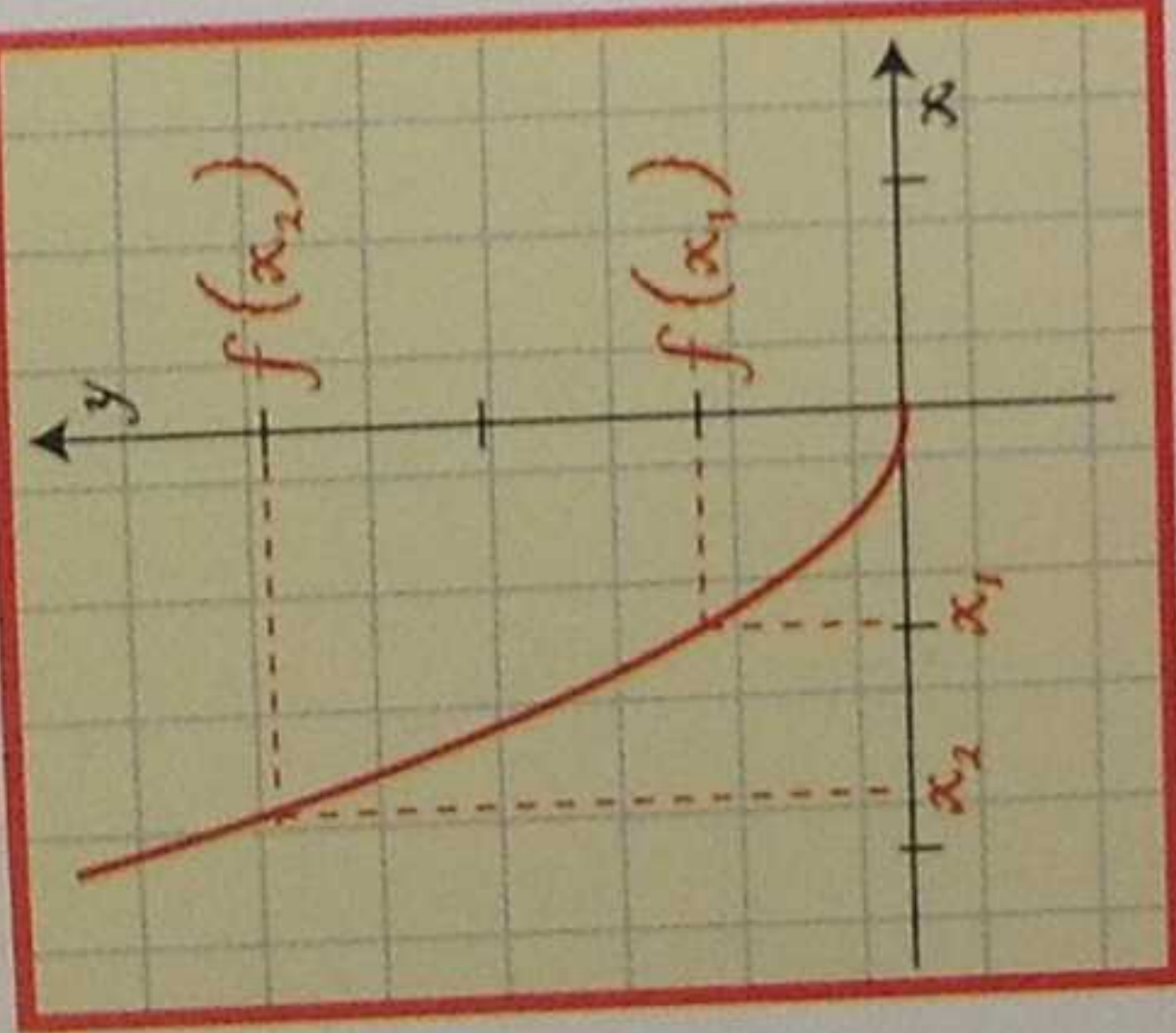
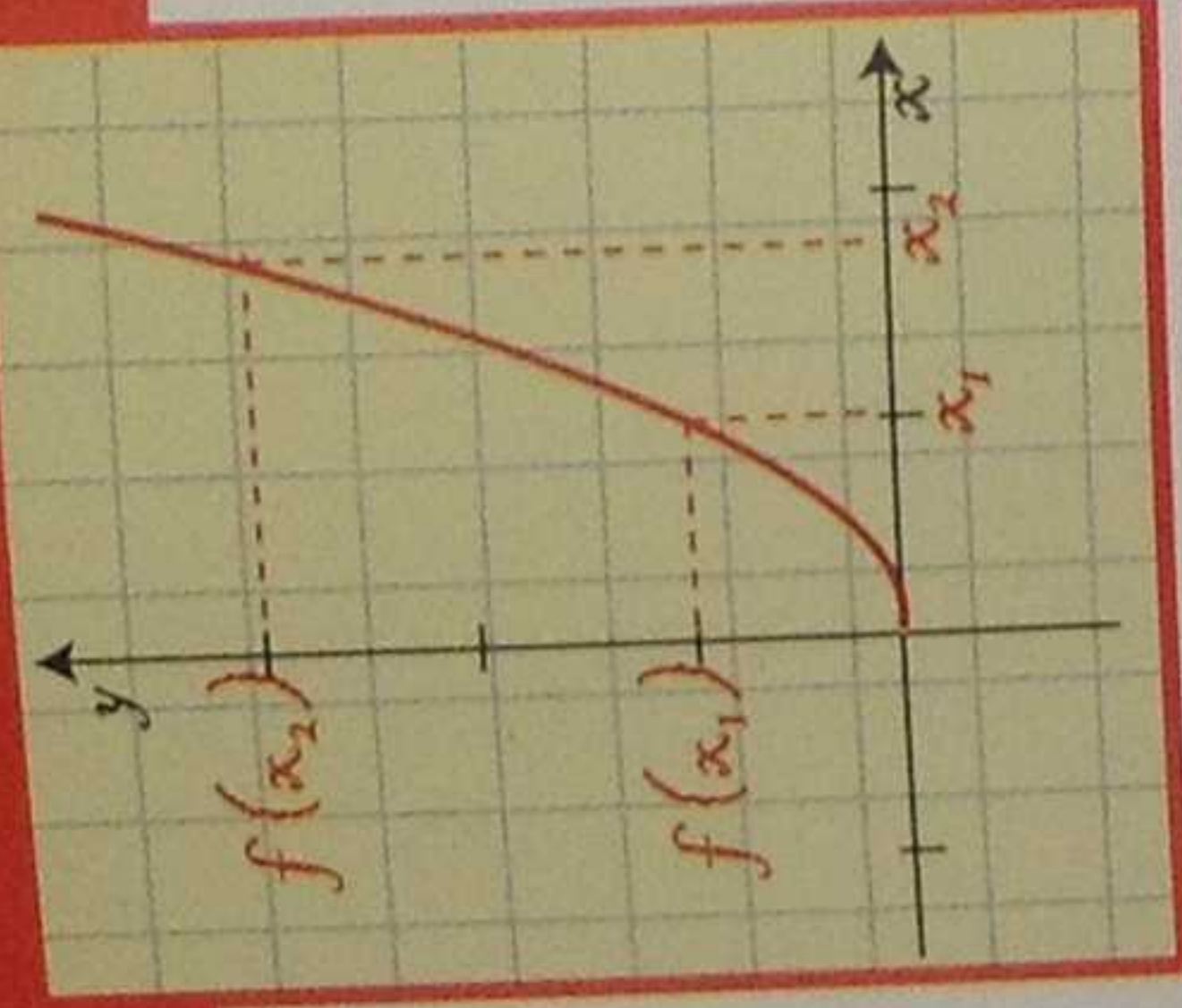
$$\text{إذا كان } x_1 < x_2 \text{ فإن : } f(x_1) < f(x_2)$$

■ دالة متناقصة تماما على  $D$  معناه من أجل كل  $x_1$  و  $x_2$  من  $D$ :

$$\text{إذا كان } x_1 < x_2 \text{ فإن : } f(x_1) > f(x_2)$$

■ دالة ثابتة على  $D$  معناه من أجل كل  $x_1$  و  $x_2$  من  $D$ :

$$f(x_1) = f(x_2)$$



## الدوال المرجعية

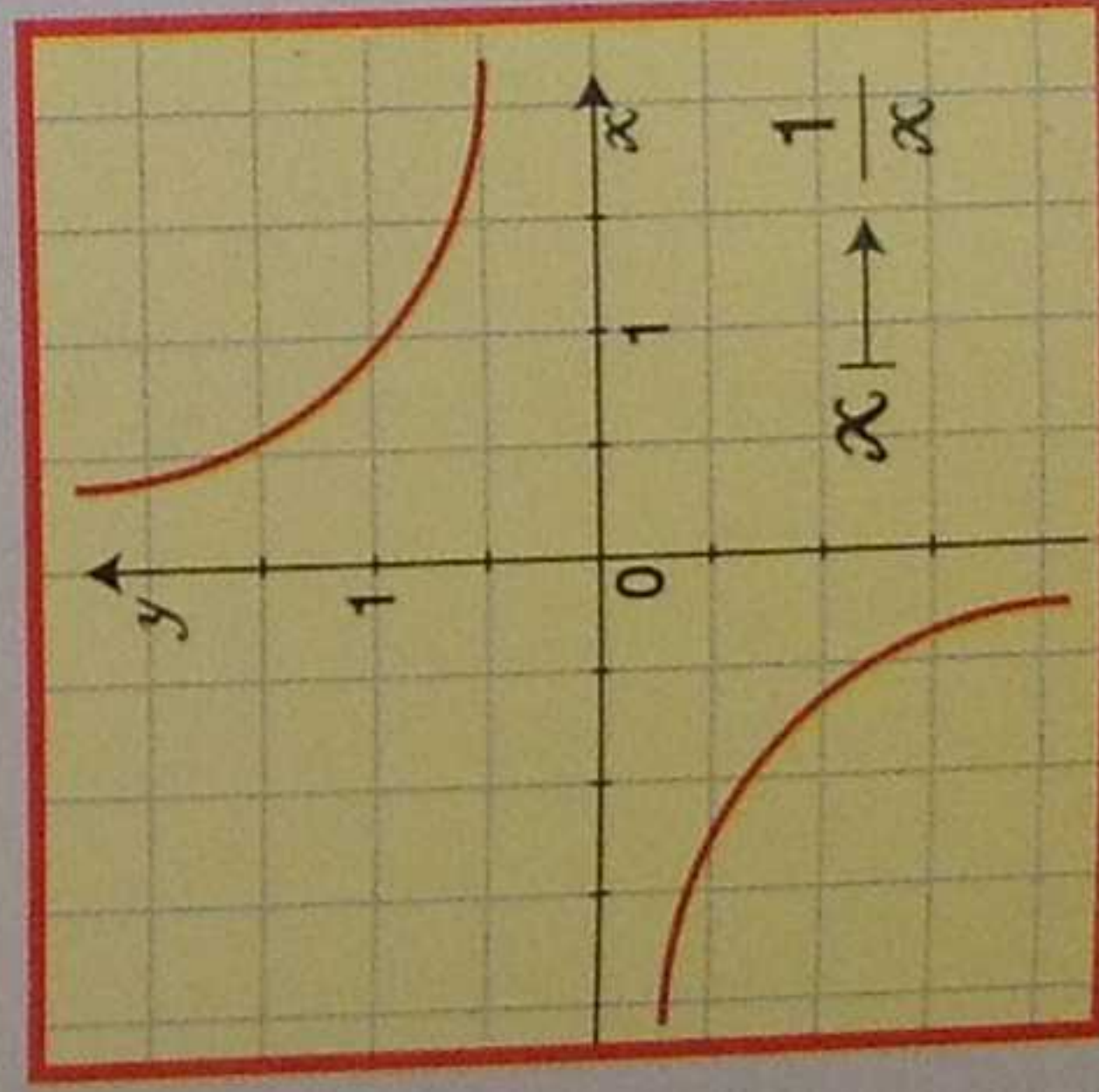
### الدالة مقلوب

هي الدالة المعرفة على المجال

$[0; +\infty[ \cup ]-\infty; 0]$  و التي ترفق بكل عدد حقيقي غير معدوم  $x$  مقلوبه  $\frac{1}{x}$

الدالة مقلوب متناقصة تماما على مجموعة تعريفها

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$0$	$+\infty$	$-\infty$



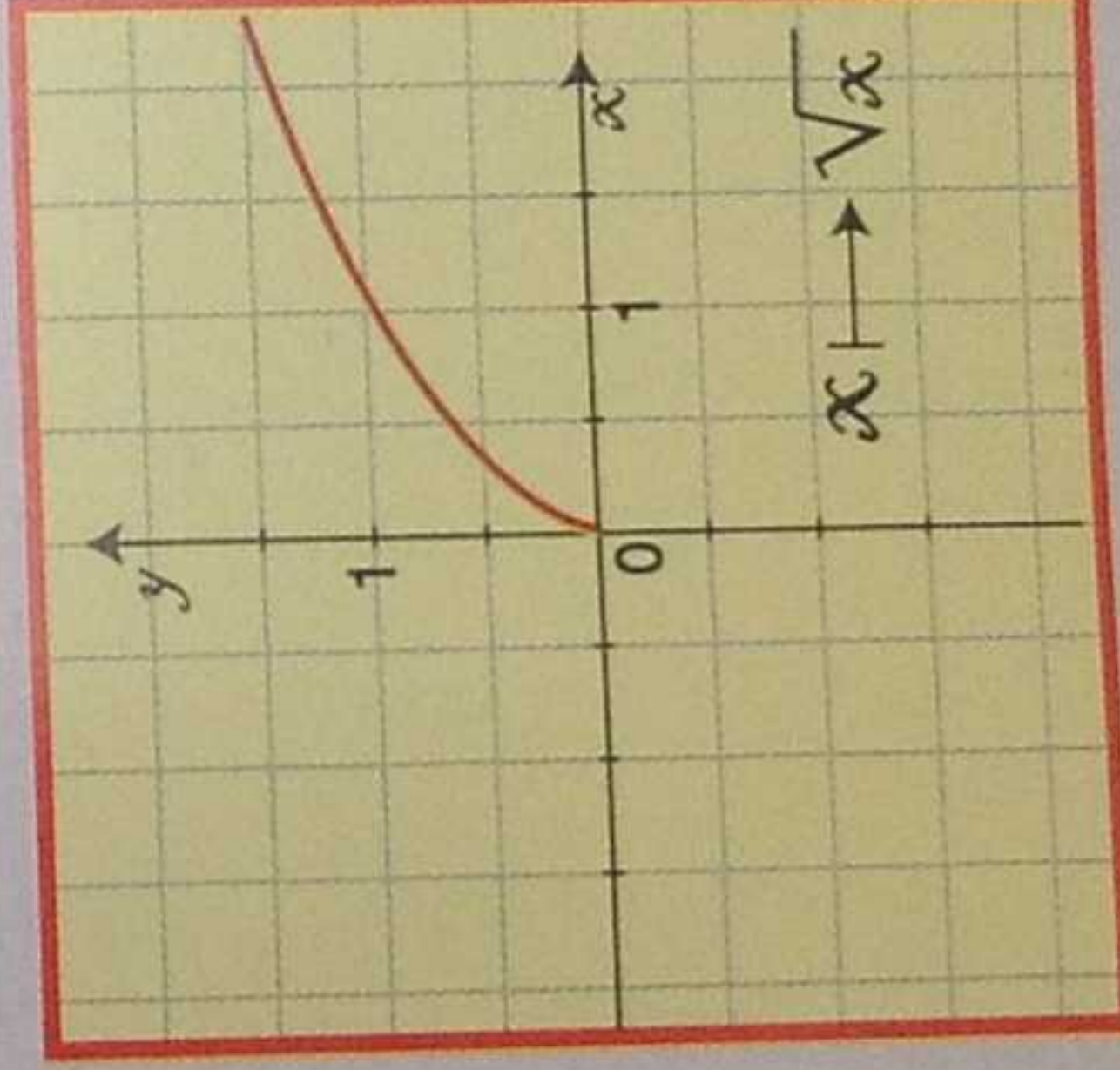
### دالة الجذر التربيعي

هي الدالة المعرفة على المجال

$[0; +\infty[$  و التي ترفق بكل عدد حقيقي موجب  $x$  جذره التربيعي

دالة الجذر التربيعي متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$

$x$	$0$	$+\infty$
$\sqrt{x}$	$0$	$+\infty$



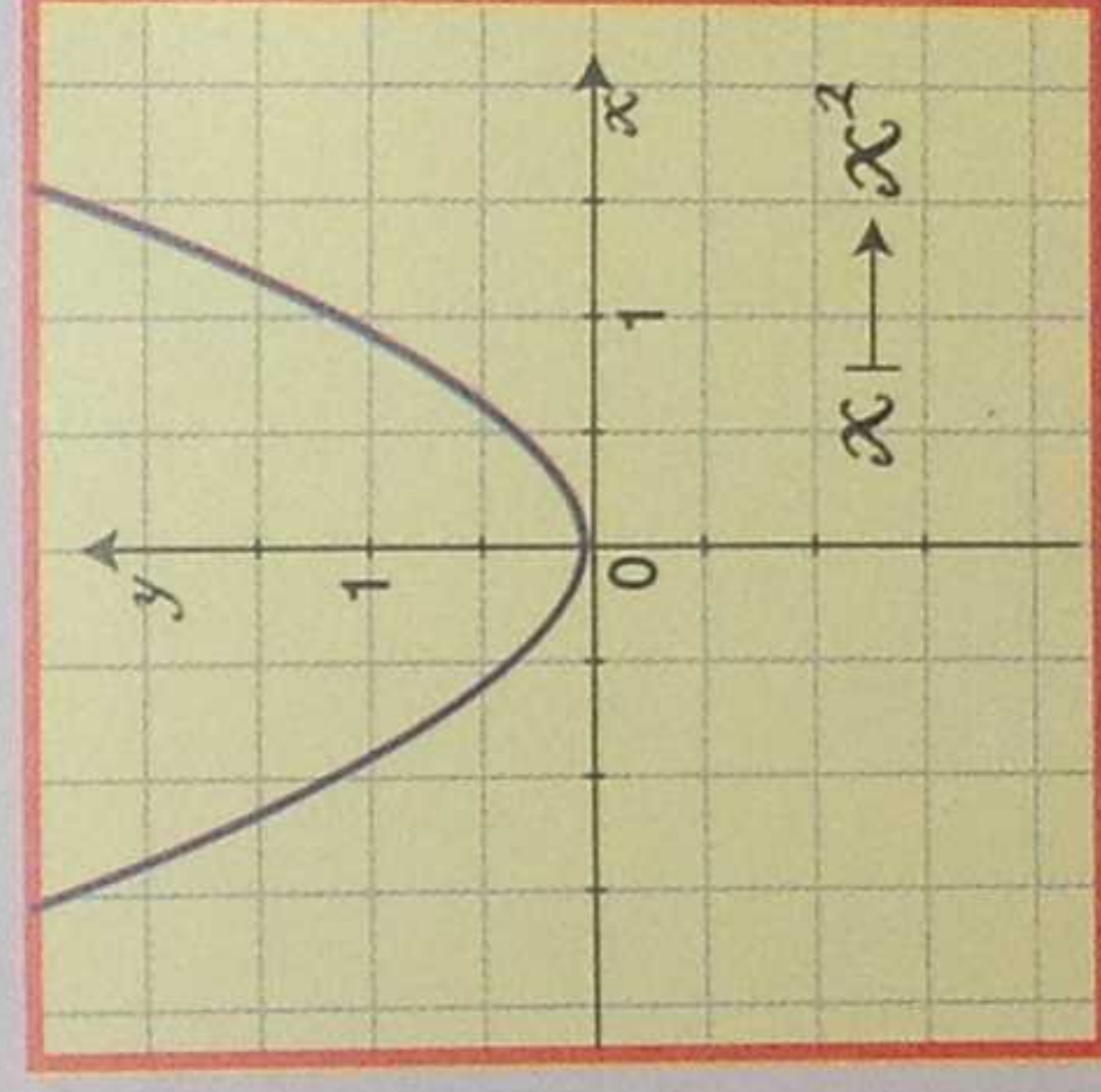
### الدالة مربع

هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي  $x$  مربعه  $x^2$ .

الدالة مربع متزايدة تماما على المجال

$[0; +\infty[$  و متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 0]$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$x^2$	$+\infty$	$0$	$+\infty$





## كثير الحدود من الدرجة الثانية

### الشكل النموذجي لثلاثي الحدود

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

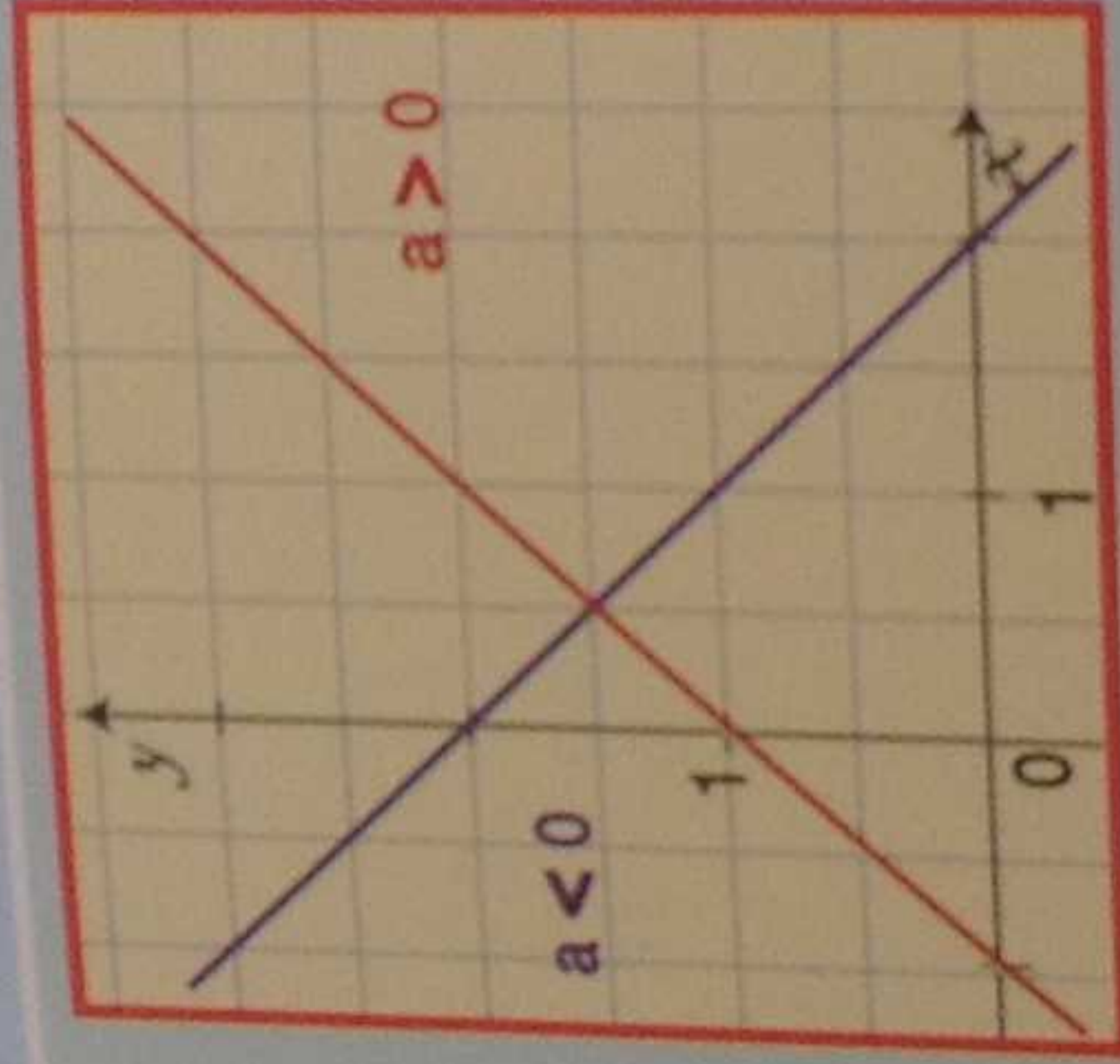
$$f(x) = a \left[ x + \frac{b}{2a} \right]^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$f(x) = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

نسمي  $\Delta$  المميز :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

التحليل	الجذور	إشارة $\Delta$
$a(x-x_1)(x-x_2)$	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta > 0$
$a(x-x_1)^2$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$\Delta = 0$
غير قابل للتحليل	لا توجد جذور	$\Delta < 0$



## الزوايا الشهيرة

$x$	$\cos x$	$\sin x$	$x$	$\cos x$	$\sin x$
0	1	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
			$\frac{\pi}{2}$	0	1

ليكن  $D$  جزء من  $IR$

## شعبية دالة

نقول أن  $f$  دالة زوجية إذا وفقط إذا كان :

$D$  متناظرا بالنسبة إلى  $0$  و من أجل كل  $x$  من  $D$

$$f(-x) = f(x)$$

التفسير البياني : التمثيل البياني للدالة  $f$  متناظر بالنسبة إلى حامل محور الترتيب.

نقول أن  $f$  دالة فردية إذا وفقط إذا كان :

$D$  متناظرا بالنسبة إلى  $0$  و من أجل كل  $x$  من  $D$

$$f(-x) = -f(x)$$

التفسير البياني : التمثيل البياني للدالة  $f$  متناظر بالنسبة إلى مبدأ المعلم  $O$ .

$$f(-x) = -f(x)$$

الدالة الخطية  $x \rightarrow ax$

هو معامل توجيه الدالة الخطية و  $ax$  هي صورة  $x$

إذا كان  $a > 0$  فإن الدالة متزايدة تماما على  $IR$

إذا كان  $a < 0$  فإن الدالة متناقصة تماما على  $IR$

الدالة التآلفية  $x \rightarrow ax+b$

هي الدالة المعرفة على المجموعة  $IR$  والتي ترفق بكل عدد حقيقي  $x$  العدد  $ax+b$

إذا كان  $a > 0$  فإن الدالة متزايدة تماما على  $IR$

إذا كان  $a < 0$  فإن الدالة متناقصة تماما على  $IR$

التمثيل البياني للدالة التآلفية هو مستقيم معامل توجيهه  $a$

النقطة  $A(0,b)$  تسمى الترتيب عند المبدأ.

حساب المثلثات

الوتر

المجاور

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

المقابل

الوتر

المجاور

المقابل

الوتر

المجاور

المقابل

الوتر

المجاور

المقابل

الوتر

المجاور

المقابل

الوتر

المجاور

المقابل



## الزوايا المركزية والمحيطية

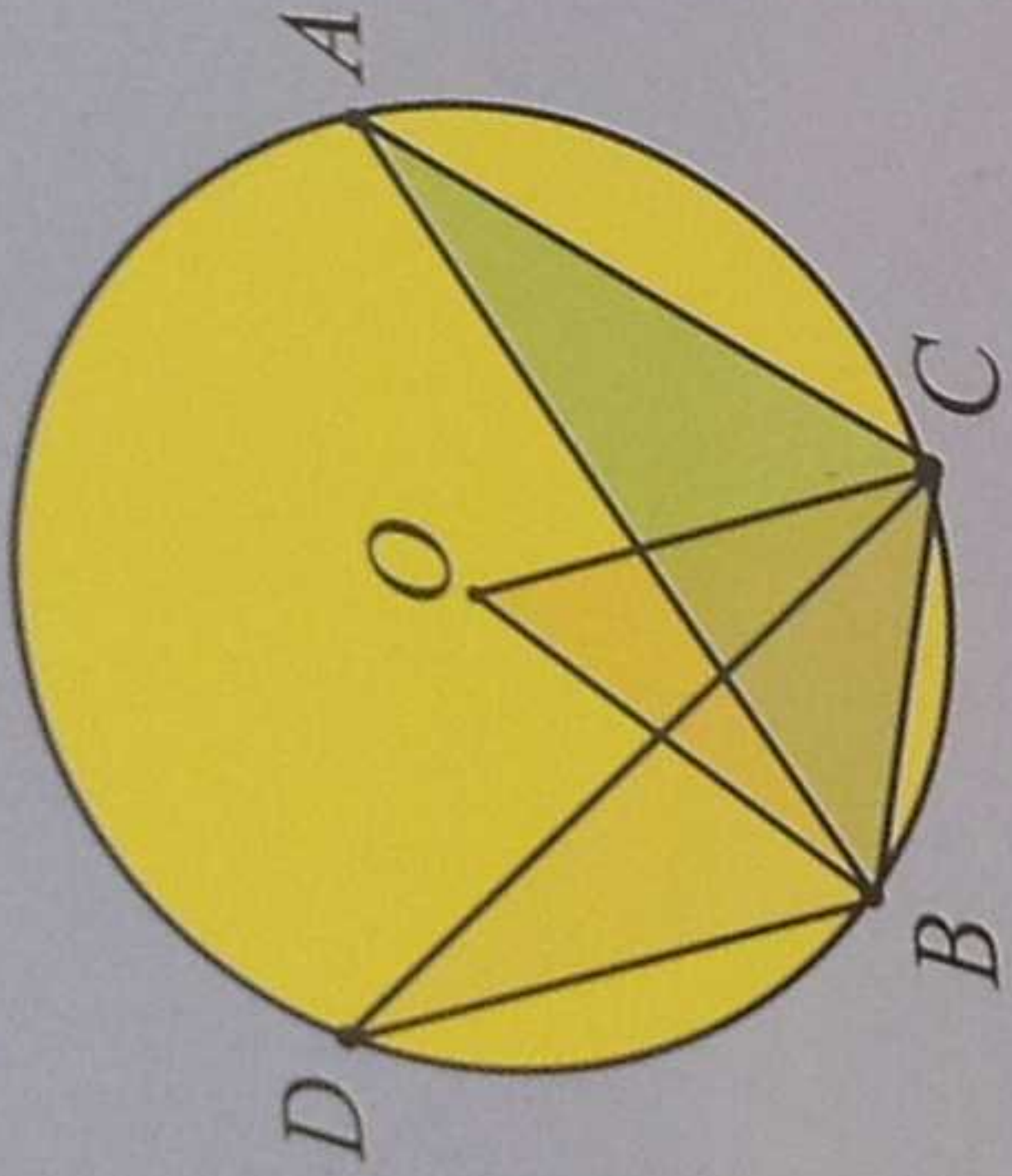
- الزوايا المحيطية المشتركة في نفس القوس متقايسة

$$\widehat{BDC} = \widehat{BAC}$$

- الزوايا المركزية ضعف الزاوية المحيطية

$$\widehat{BOC} = 2 \widehat{BAC}$$

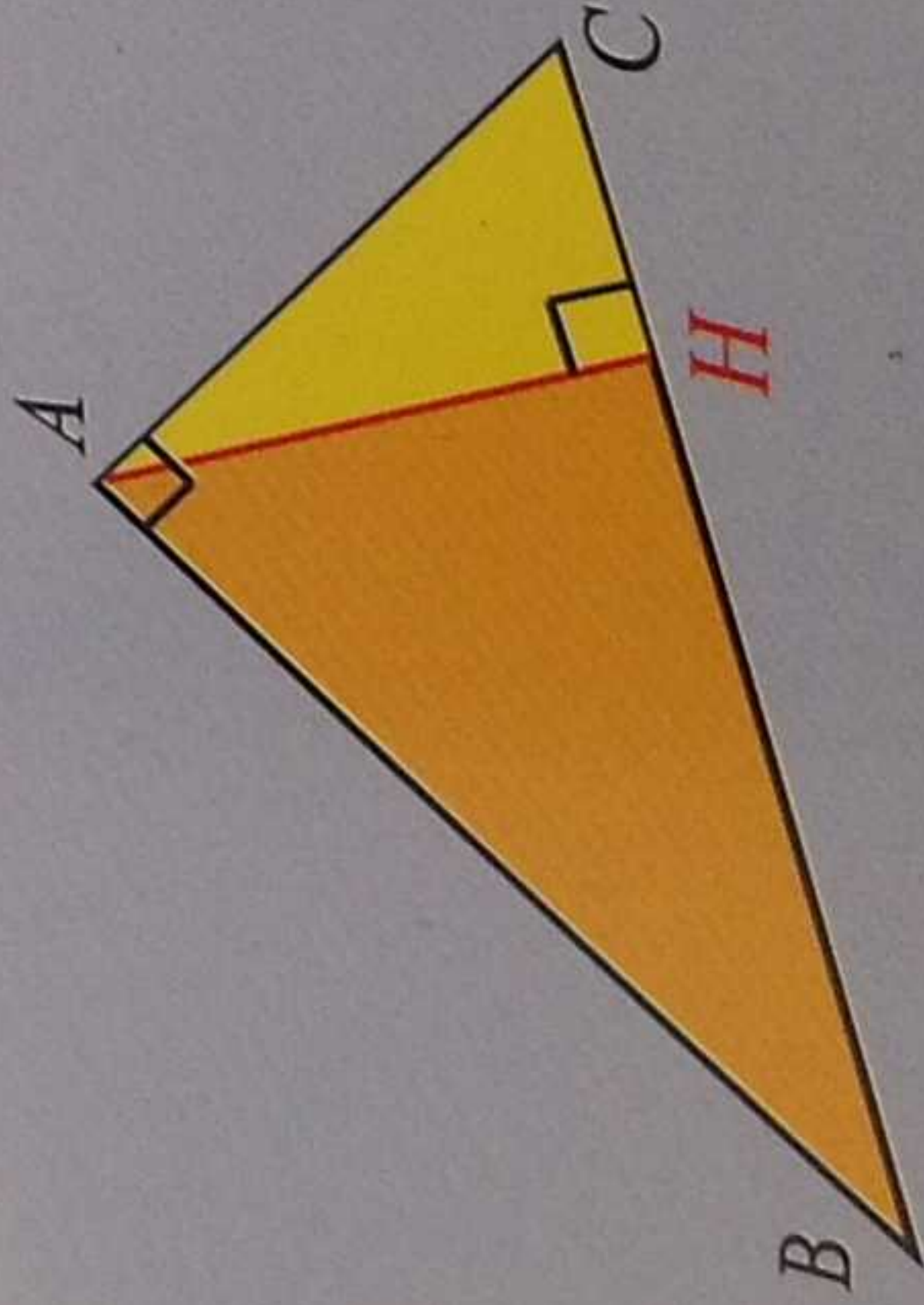
- الرباعي الدائري هو رباعي رؤوسه تقع على نفس الدائرة
- يكون الرباعي دائريا إذا وفقط إذا كانت فيه زاويتين متقابلتين متكاملتين.



## العلاقات المترية في المثلث القائم

إذا كان  $ABC$  مثلثا قائما في  $A$  و  $(AH)$  الارتفاع المتعلق الضلع  $[BC]$  فإن :

- $AB \times AC = AH \times BC$
- $AB^2 = BH \times BC$
- $AC^2 = CH \times CB$
- $AH^2 = HC \times HB$



مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف الوتر.

من أجل كل عدد حقيقي  $x$

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
  - $-1 \leq \cos x \leq 1$
  - $-1 \leq \sin x \leq 1$
  - $\cos(-x) = \cos x$
  - $\sin(-x) = -\sin x$
- 
- $\cos(\pi - x) = -\cos x$
  - $\sin(\pi - x) = \sin x$
  - $\cos(\pi + x) = -\cos x$
  - $\sin(\pi + x) = -\sin x$
  - $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$
  - $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

## نظرية فيثاغورس

إذا كان  $ABC$  مثلثا قائما في  $A$  فإن :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

تفيد نظرية فيثاغورس في حساب الأطوال

## عكس نظرية فيثاغورس

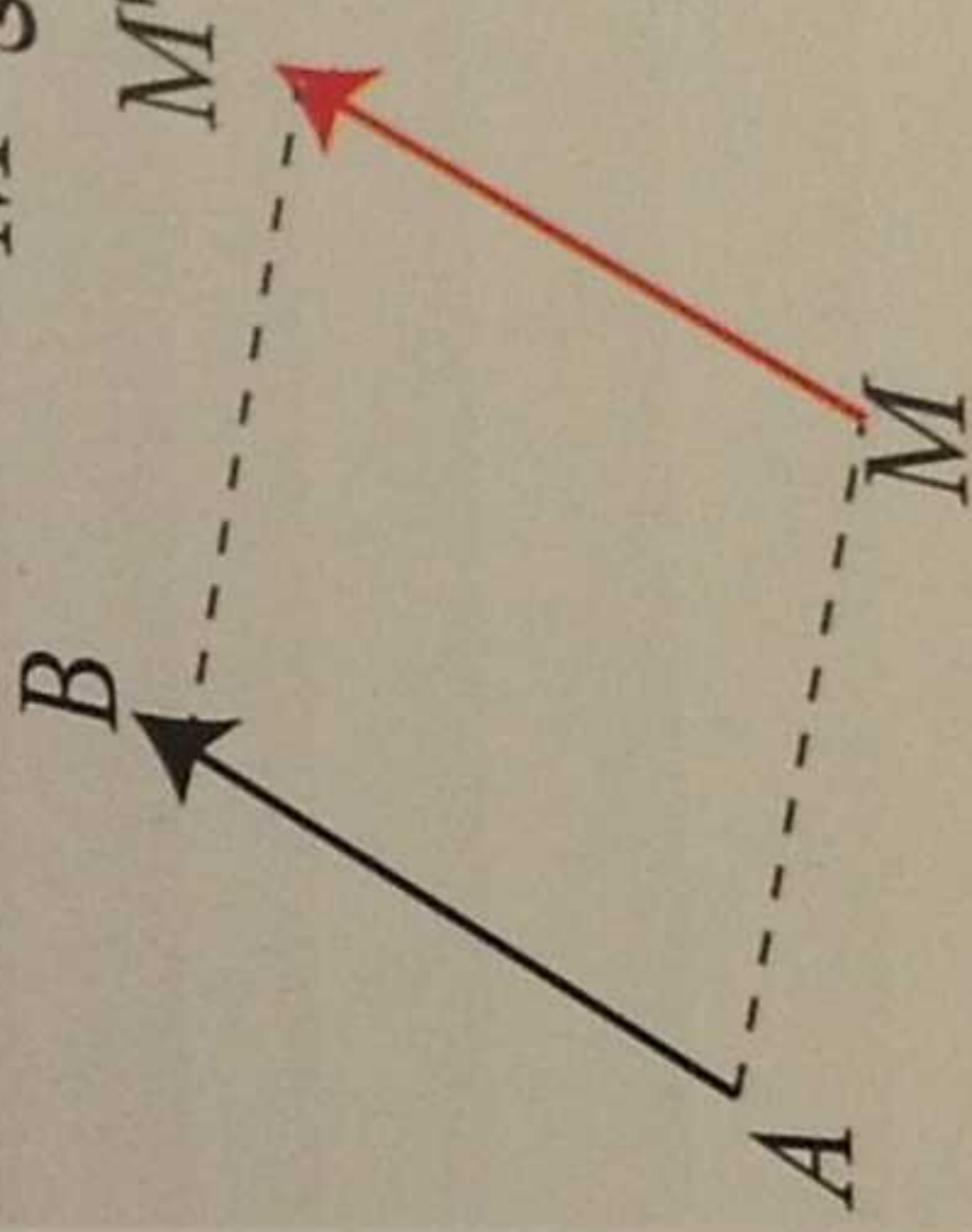
إذا كان  $ABC$  مثلثا بحيث  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  فإن  $ABC$  قائم في  $A$ .

تفيد عكس نظرية فيثاغورس في إثبات أن المثلث قائم.

## الإنسحاب

النقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  بالإنسحاب الذي يحول النقطة  $A$  إلى  $B$  يعني أن  $\vec{AB} = \vec{MM'}$  متوازي أضلاع.

إلى  $B$  يحول كذلك النقطة  $M$  إلى  $M'$  يعني أن الإنسحاب الذي يحول النقطة  $A$



## خواص

- الإنسحاب يحافظ على الإستمقامة، المسافات، الزوايا والأشكال.
- صورة مستقيم بانسحاب هي مستقيم يوازيه.



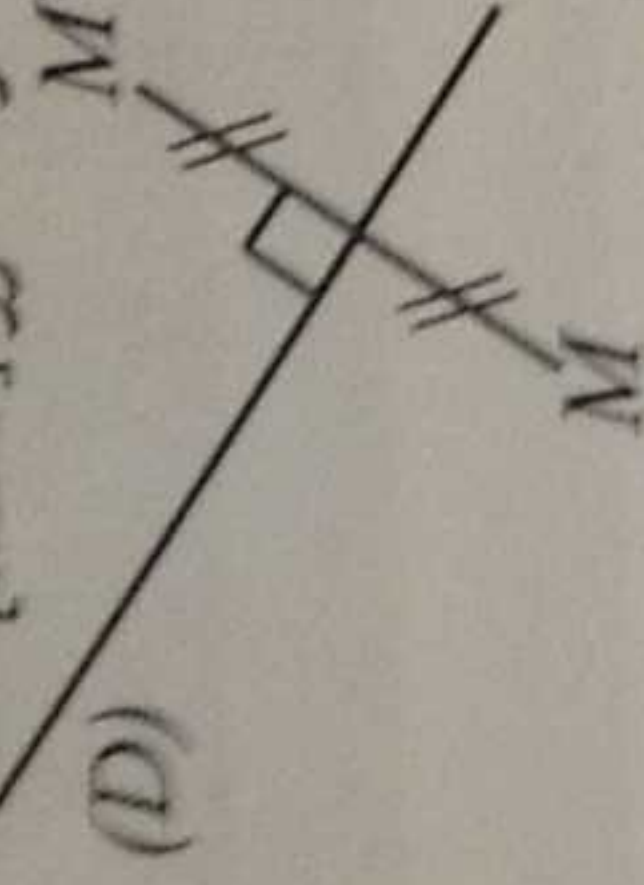
### التناظر المركزي

النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالتناظر المركزي الذي مركزه  $O$  يعني أن  $O$  هي منتصف  $[MM']$

$$\vec{OM'} = -\vec{OM}$$

### التناظر المحوري

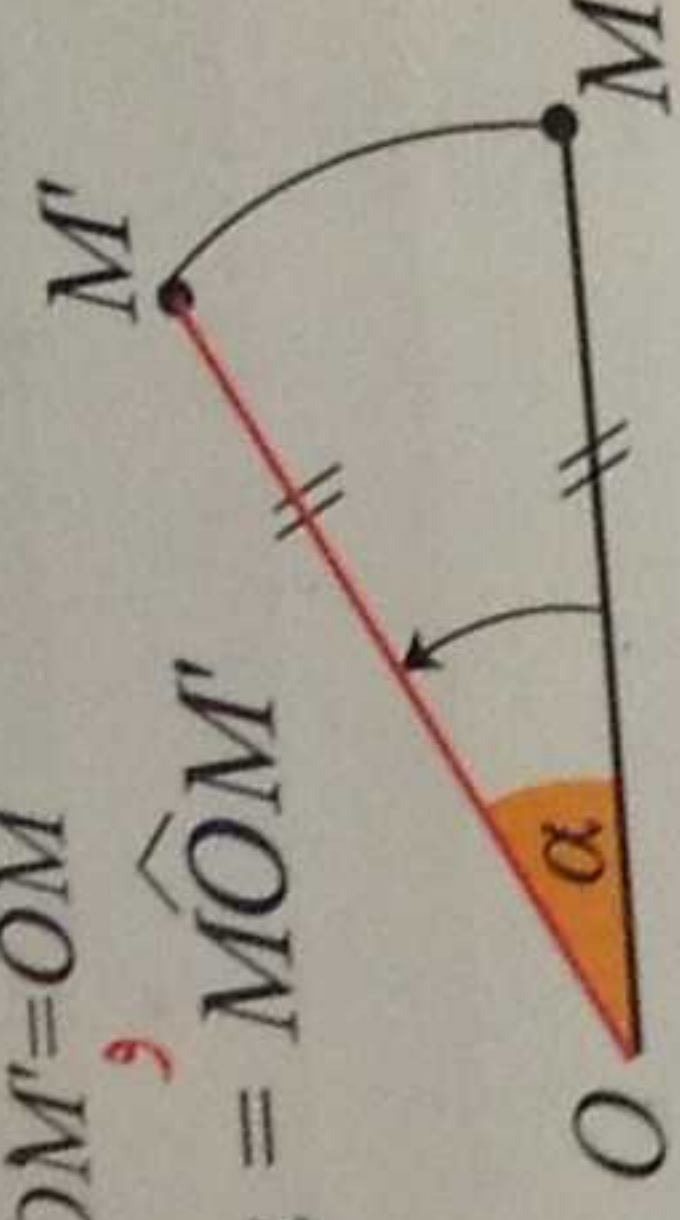
النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالتناظر المحوري الذي محوره  $(D)$  يعني أن  $(D)$  هو محور  $[MM']$



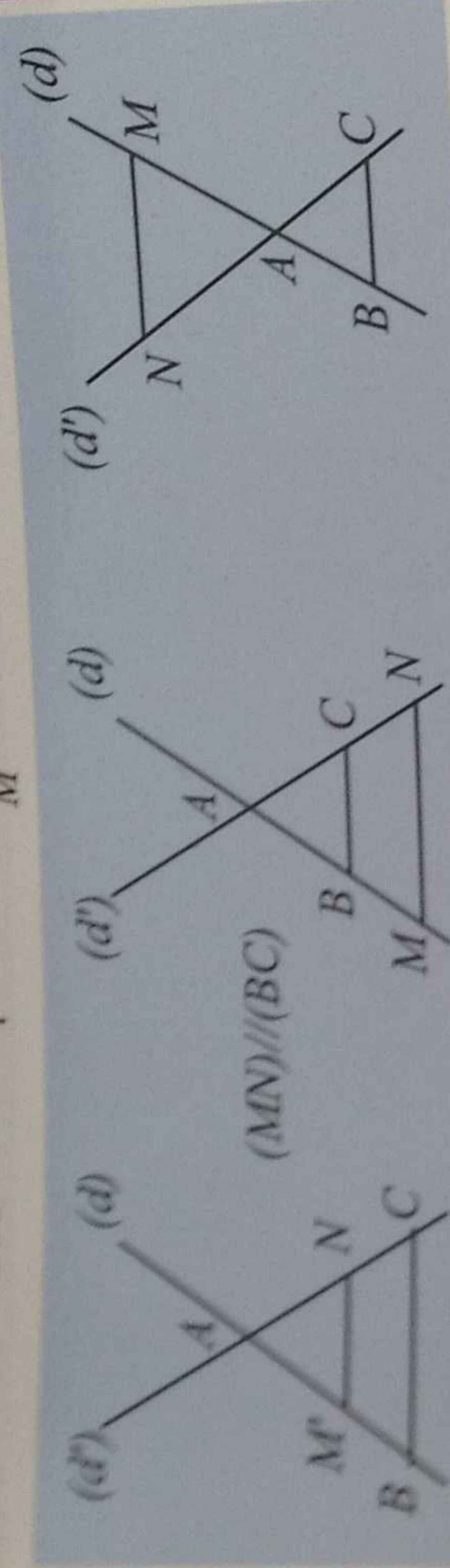
### الدوران

النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\alpha$  يعني:

$$\begin{cases} OM' = OM \\ \alpha = \widehat{MOM'} \end{cases}$$



## نظرية طالس وعكسها



**نظرية طالس** :  $(d)$  و  $(d')$  مستقيمان متقاطعان في  $A$  ،  $B$  و  $M$  نقطتان من  $(d)$  ومختلفتان عن  $A$  ،  $C$  و  $N$  نقطتان من  $(d')$  مختلفتان عن  $A$

**عكس نظرية طالس**

إذا كان  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$  و إذا كان  $M, B, A$  و  $N, C, A$  بنفس الترتيب فإن :  $(BC) \parallel (MN)$

بنفس الترتيب فإن :  $(BC) \parallel (MN)$

**تفيد عكس نظرية طالس في إثبات التوازي**

**مستقيم المنتصفين في مثلث**، المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث يوازي الضلع الثالث ويساوي نصفه.

**تفيد في حساب الأطوال**

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

إذا كان  $(BC) \parallel (MN)$  فإن :

### الجمع الشعاعي

إذا كانت :  $A(x_A, y_A)$  و  $B(x_B, y_B)$  نقطتان من معلم متعاود و متجانس فإن :

$$\vec{AB} (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

إحداثيات  $I$  منتصف  $AB$

$$I \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

**علاقة شال**

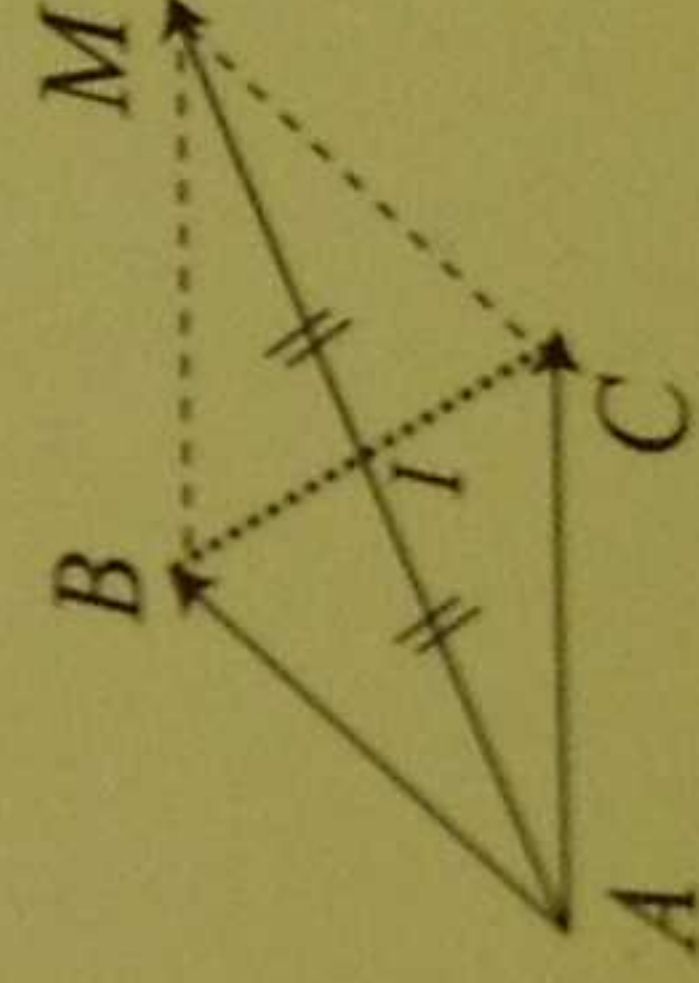
من أجل كل ثلاثة نقاط من المستوي فإن :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

**قانون متوازي الأضلاع**

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM} = 2\vec{AI}$$

حيث  $ABMC$  متوازي أضلاع



الشعاع المعلوم  $\vec{0}$  هو شعاع بدايته منطبة على نهايته.

مثل :  $\vec{BB}, \vec{AA}$

الشعاعان  $\vec{AB}$  و  $\vec{BA}$  متعاكسان ونكتب :

$$\vec{BA} = -\vec{AB} \quad \text{أو} \quad \vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$$



## الإرتباط الخطي

يكون الشعاعان  $\vec{u}(x,y)$  و  $\vec{v}(x',y')$  مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان :  $x'y' - x'y = 0$

الشعاعان المرتبطان خطيا هما شعاعان متوازيان.

### معادلة المستقيم

كل مستقيم له معادلة من الشكل :  $ax + by + c = 0$

حيث  $a$  ،  $b$  ،  $c$  غير معدومين معا.

كل معادلة من الشكل  $ax + by + c = 0$  حيث  $a$  و  $b$  غير معدومين معا هي معادلة مستقيم شعاعه التوجيهي  $\vec{u}(-b,a)$

إذا كان المستقيم لا يوازي محور الترتيب فإن معادلته المختصرة هي :  $y = ax + b$  حيث  $a$  معامل توجيهه.

يكون المستقيمان متوازيان إذا وفقط إذا كان لهما نفس معامل التوجيه.

## جملة معادلتين

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \dots (1) \\ a'x + b'y + c' = 0 \dots (2) \end{cases}$$

محدد الجملة هو :  $\Delta = ab' - a'b$

إذا كان  $\Delta = 0$  الجملة مستحيلة أو لها عدد لا

نهائي من الحلول.

إذا كان  $\Delta \neq 0$  الجملة لها حل وحيد نحصل

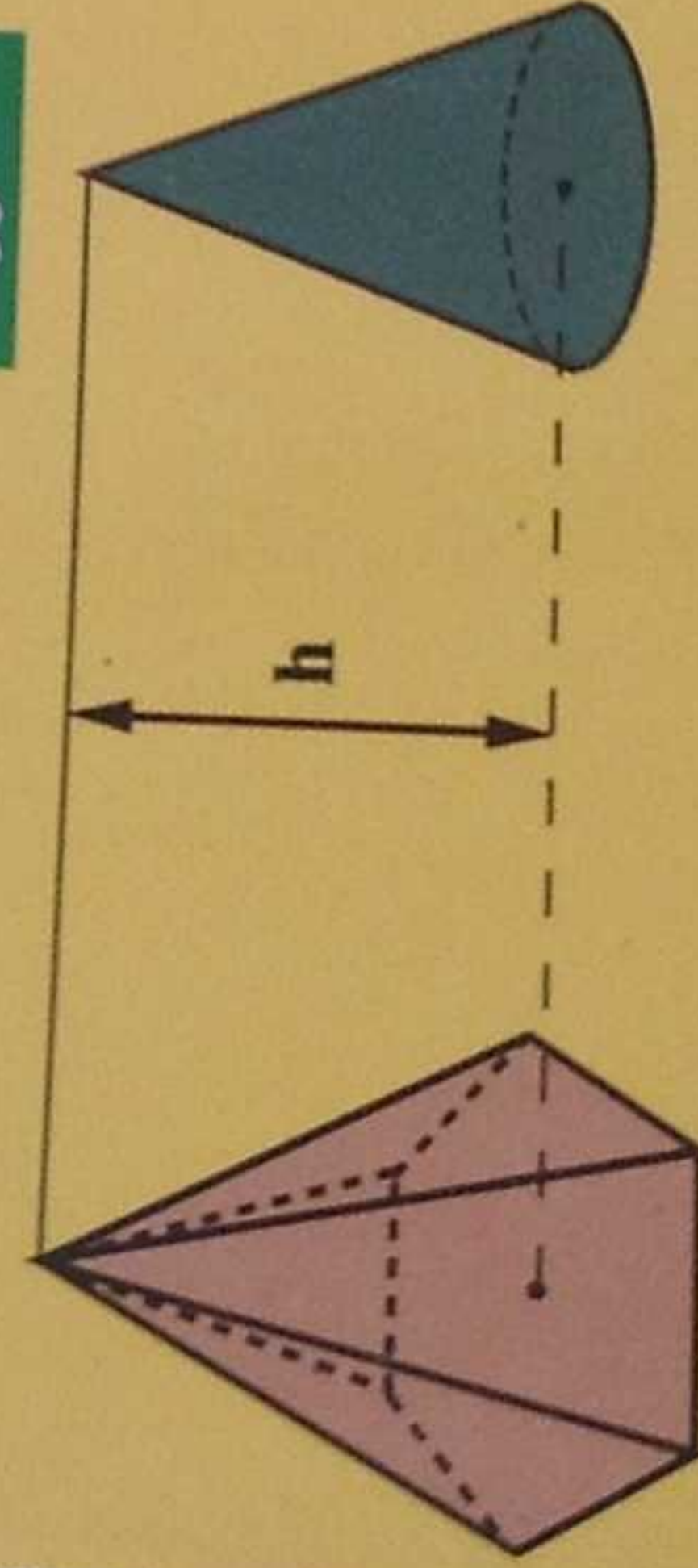
عليه بطريقة التعويض أو توحيد المعاملات .

### التفسير البياني لحل جملة معادلتين

نرسم المستقيم الذي تمثله المعادلة الأولى ثم نرسم المستقيم الذي تمثله المعادلة الثانية فتكون إحداثيي نقطة تقاطعهما هي حل الجملة.

## الحجوم

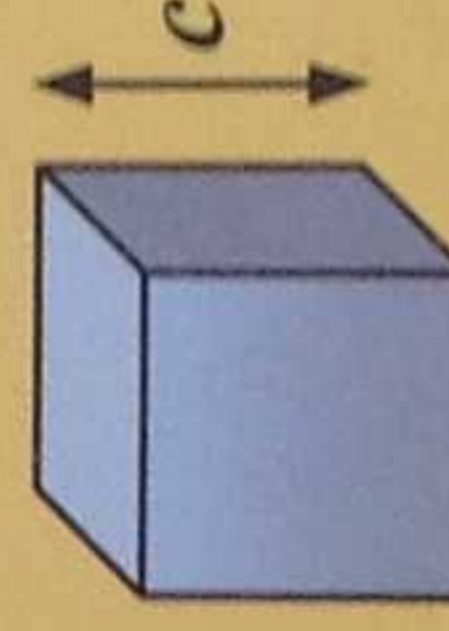
هرم



$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

الحجم :  $B$  : مساحة القاعدة

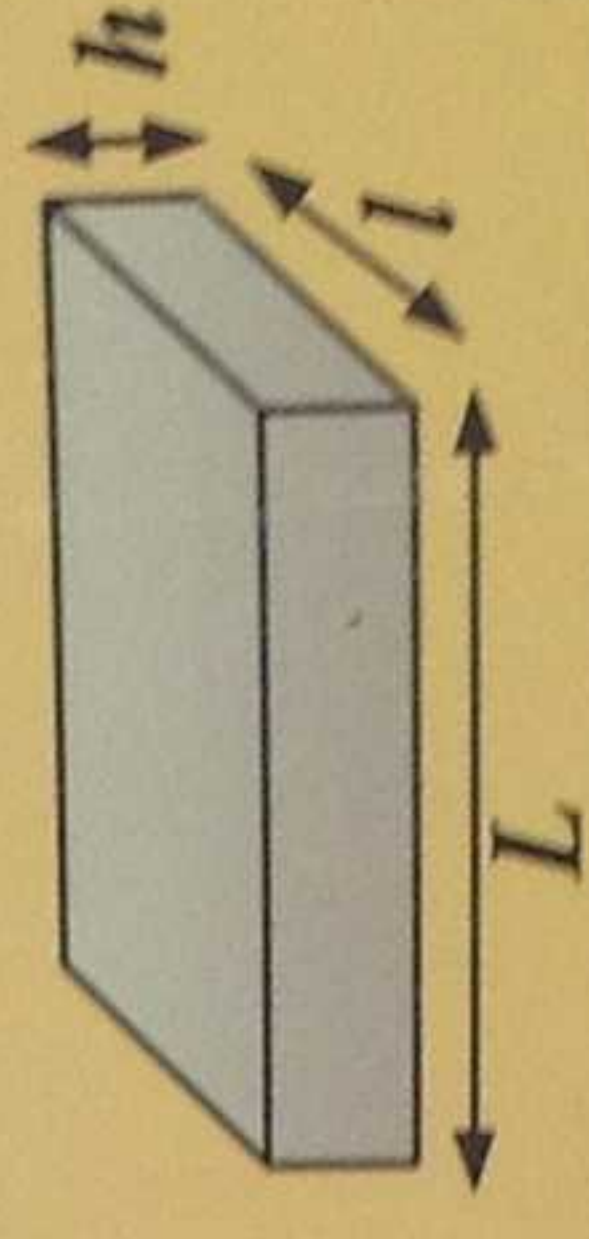
مكعب



$$V = c^3$$

الحجم

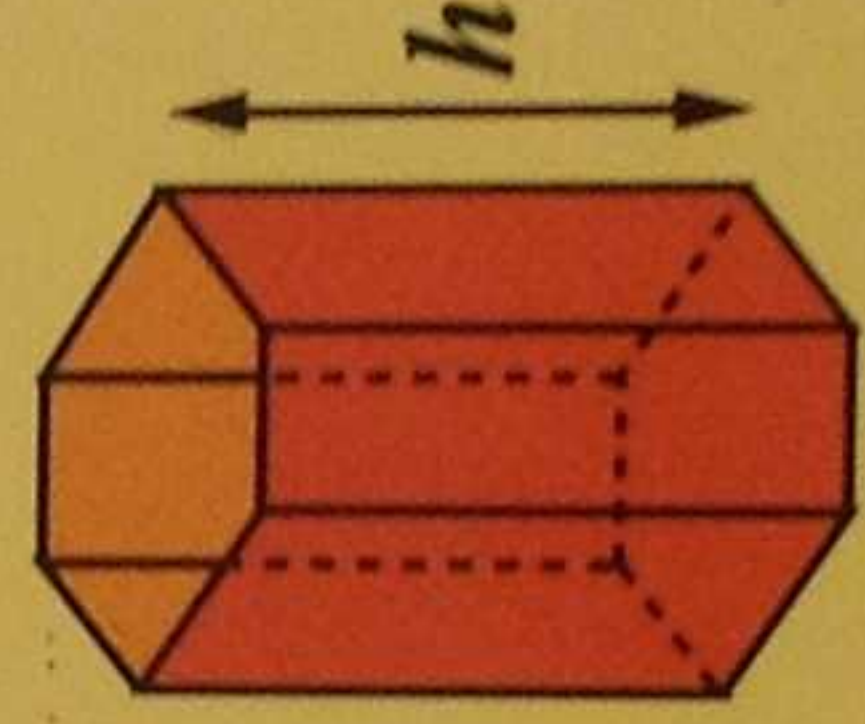
متوازي مستطيلات



$$V = L \cdot l \cdot h$$

الحجم

موشور قائم

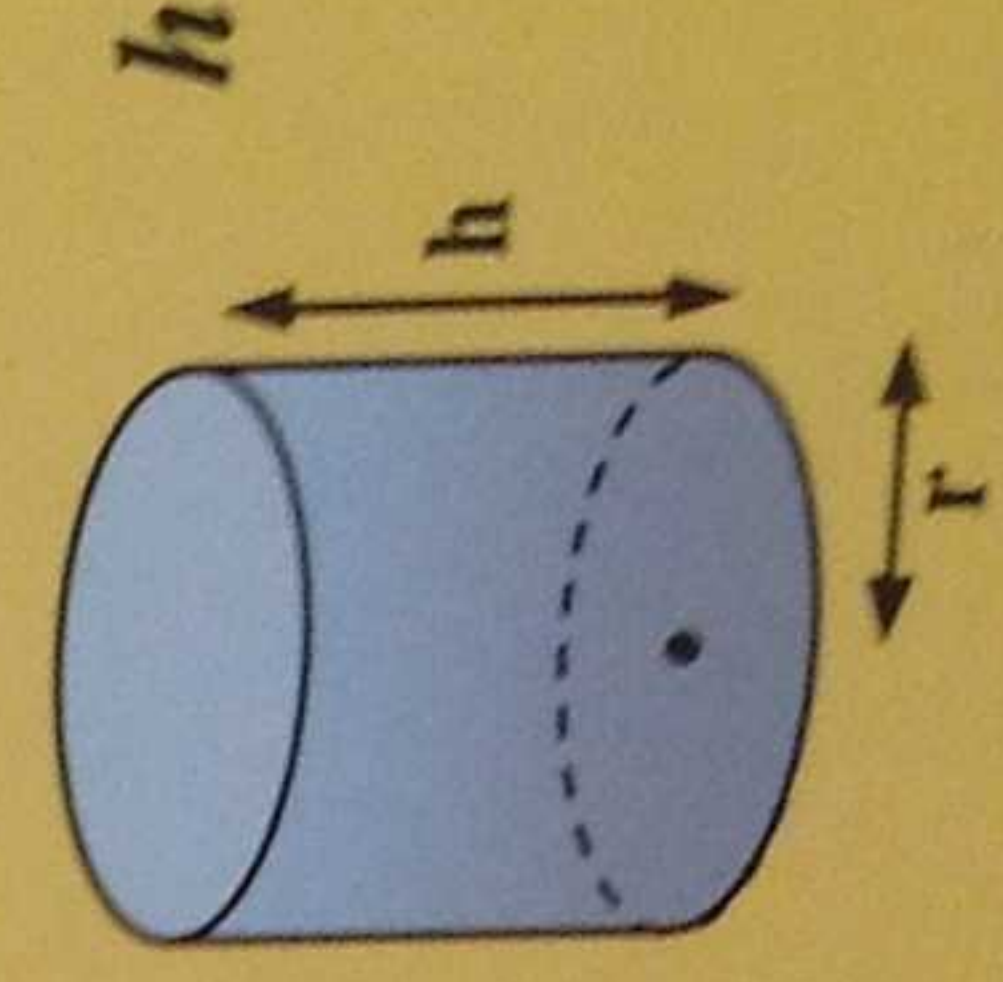


$$V = B \cdot h$$

الحجم

مساحة القاعدة

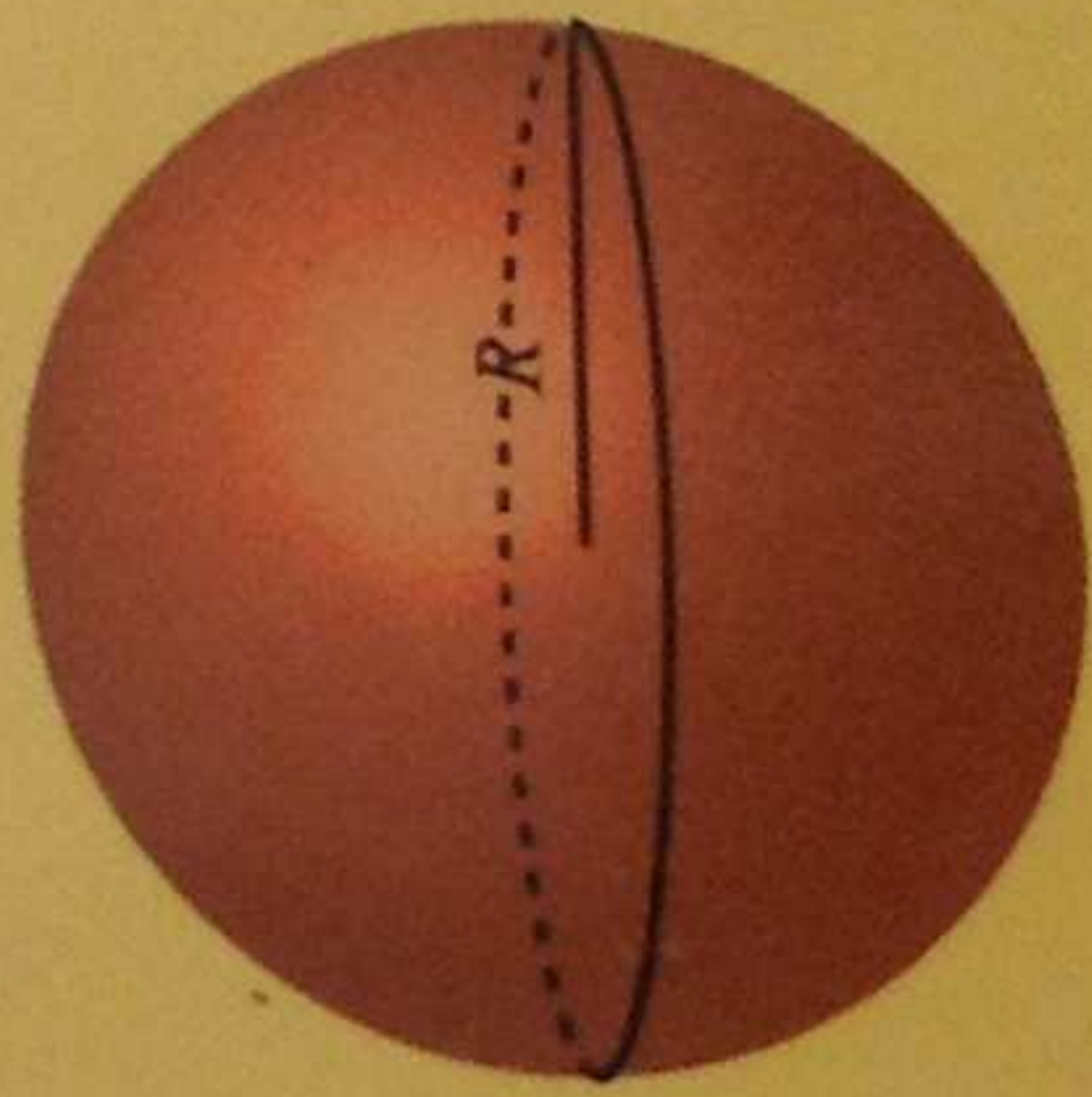
أسطوانة



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

الحجم

كرة



$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$$

كليك للنشر

